ARTICLE HISTORY: Received: April 13, 2022 Accepted: June 6, 2022 Published: June 13, 2022

УДК 536.12

# ПРОЦЕСС СТАЦИОНАРНОЙ ТЕПЛОПРОВОДНОСТИ В СТЕРЖНЕ ПРИ НАЛИЧИИ ВНЕШНЕГО ТЕПЛООБМЕНА

***Канарейкин Александр Иванович***
*Кандидат технических наук*
*Доцент кафедры общей физики*
*Москва, Россия*

# THE PROCESS OF STATIONARY THERMAL CONDUCTIVITY IN THE ROD IN THE PRESENCE OF EXTERNAL HEAT EXCHANGE

***Kanareykin Aleksandr Ivanovich***
*Ph.D. of Engineering Sciences*
*Associate Professor of the Department of General Physics*
*Sergo Ordzhonikidze Russian State University for Geological Prospecting*
*Moscow, Russia*

**Аннотация:** в статье приводится решение задачи теплопроводности для стержня с малым поперечным сечением с учётом внешней теплоотдачи. При этом граничные условия заданы краевыми условиями. Решение приведено в декартовой системе координат с использованием гиперболических функций.

**Abstract:** the article provides a solution to the problem of thermal conductivity for a rod with a small cross-section, taking into account external heat transfer. In this case, the boundary conditions are set by the boundary conditions. The solution is given in a Cartesian coordinate system using hyperbolic functions.

**Ключевые слова:** теплопередача, теплопроводность, гиперболические функции, температурное поле, теплообмен.

**Key words:** heat transfer, thermal conductivity, hyperbolic functions, temperature field, heat exchange.

---

Уравнение переноса тепла в криволинейном стержне в случае стационарного обмена за счёт теплопроводности имеет вид [1, с. 42]

$$\frac{d}{dl}(\lambda S\frac{\partial T}{\partial l}) + \chi(T_e - T) = 0 \qquad (1)$$

где λ – коэффициент теплопроводности, $T_e$ – некоторая средняя внешняя температура, $\chi$ – коэффициент внешнего теплообмена.

Так как стержень прямолинейный, то дифференцировать будем по *x*. Если разделим выражение на λS, то получим:

$$\frac{d^2T}{dx^2} + \frac{\chi}{\lambda S}(T_e - T) = 0 \qquad (2)$$

Обозначим $\frac{\chi}{\lambda S}$ через $\alpha^2$, тогда уравнение (2) принимает вид: $\frac{d^2T}{dx^2} + \alpha^2(T_e - T) = 0$ (3)

где $$\alpha = \sqrt{\frac{\chi}{\lambda S}} \quad \left[\frac{1}{м}\right]. \qquad (4)$$

Преобразуем уравнение (3):

$$\frac{d^2T}{dx^2} - \alpha^2 T = -\alpha^2 T_e \qquad (5)$$

Решение данного дифференциального уравнения будем искать в виде

$$T = T(x) + T_0 \tag{6}$$

где *T(x)* – решение однородного уравнения

$$\frac{d^2T}{dx^2} - \alpha^2 T = 0. \tag{7}$$

А $T_0$ – решение неоднородного уравнения

$$\frac{d^2T_0}{dx^2} - \alpha^2 T_0 = -\alpha^2 T_e \tag{8}$$

Решение неоднородного уравнения (8):

$$T_0 = T_e \tag{9}$$

Решение однородного дифференциального уравнения (7) будем искать в виде [2, с. 175, 3, с. 300]

$$T = C_1 sh\alpha x + C_2 ch\alpha x \tag{10}$$

где $shx = \frac{e^x - e^{-x}}{2}$, $chx = \frac{e^x + e^{-x}}{2}$ – гиперболические синус и косинус.
Значения констант $C_1$, $C_2$ найдем, устанавливая следующие краевые условия.
Пусть существует поток тепла через стержень и заданы температуры на краях стержня.
Рассмотрим прямолинейный стержень длиной *l* (рис. 1)


*Рис. 1. Прямолинейный стержень.*

где $l = x_2 - x_1$.
Пусть в точке $x_1$ задана температура $T_1$. Требуется найти температуру T вдоль рассматриваемого теплоносителя, если задана внешняя температура окружающей среды $T_e$.
Краевые условия:

$$T|_{x_1} = T_1, \quad T|_{x_2} = T_2. \tag{11}$$

Определим значения констант для функции $T = C_1 sh\alpha x + C_2 ch\alpha x$ в этом случае.
При $x = 0$ имеем $T_1 = C_2$.
При $x = l$ имеем $T_2 = C_1 sh\alpha l + T_1 ch\alpha l$. Откуда

$$C_1 = \frac{T_2}{sh\alpha l} - T_1 \frac{ch\,\alpha l}{sh\alpha l}. \tag{12}$$

Искомая функция (решение однородного уравнения), после ряда преобразований примет вид:

$$T = \frac{sh\alpha(l-x)}{sh\alpha l} T_1 + \frac{sh\alpha x}{sh\alpha l} T_2 \tag{13}$$

Учитывая, что $l = x_2 - x_1$, а $x_1 = 0$, получим решение дифференциального уравнения (3) для случая задания краевых условий (11):

$$T = \frac{sh\alpha(x - x_2)}{sh\alpha(x_1 - x_2)}(T_1 - T_e) + \frac{sh\alpha(x - x_1)}{sh\alpha(x_2 - x_1)}(T_2 - T_e) + T_e \qquad (14)$$

Таким образом в настоящей работе приведено решение распределения температурного поля стержня при заданных значениях температуры на концах и характера внешнего теплообмена. Как видим, полученное выражение имеет интересную структуру.

**Библиографический список:**

1. Канарейкин А. И. Уравнение переноса тепла в криволинейном стержне // Матрица научного познания, 2021. №4-1 – С.42-45.

2. Канарейкин А. И. Применение математического аппарата Берса к решению задачи теплопроводности // Научные труды Калужского государственного университета имени К.Э. Циолковского Сер. "Естественные науки" Калужский государственный университет им. К.Э. Циолковского, 2018. - С. 175-178.

3. Михеев М. А., Михеева И. М. Основы теплопередачи. Изд. 2-е, стереотип. М., «Энергия», 1977. - 344 с.